

Avaliação de Investimentos - Rogério Jorge

Tema 1 - Análise de Rentabilidade

- Métodos de previsão
- Custo de oportunidade do capital

Bibliografia - "Avaliação de Investimentos", Couto et al.
Cap. 1, 2, 3

Capítulo 1 - Conceitos básicos

Valor atual

Uma unidade monetária tem maior valor hoje do que amanhã, dado que uma unidade monetária disponível hoje pode ser investida começando a render juros

- Princípio financeiro básico da capitalização de valores

$$VA = \sum_{t=0}^T \frac{C_t}{(1+i)^t}$$

C_t → Rendimentos esperados no ano i

↳ coeficiente de atualização
 i = taxa de juros

$C_t = C$ → renda, $T = \infty$ → perpetuidade

Caso da renda: Valor atualizado = $C \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$
Valor acumulado = $C \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Capital Investido

Afetação de recursos existentes no início do projeto ou em momento posterior.

- Capital fixo
- Capital circulante (existências, crédito a clientes, ...)

Cash flow

Entrada ou saída de dinheiro vivo

Valor residual do investimento

Valor atualizado final de um projeto

Vida económica do equipamento

Horizonte temporal de exploração até este ser considerado economicamente ultrapassado

Capítulo 2 - Classificação dos projetos de investimento

Classificação de projetos

Projetos produtivos - investimentos em atividades económicas
(métodos de avaliação quantitativos - VAL, TIR, PR)

Projetos não produtivos - suporte a atividades produtivas
(métodos de avaliação qualitativos - Análise benefício/custo)

Classificações de investimentos

Risco associado ao investimento

- de substituição
- de expansão
- de modernização/ inovação
- estratégicos

Efeitos e relações entre as diferentes propostas de investimento

- compatíveis
- incompatíveis
- autónomos
- induzidos

Dimensão

- Grandes investimentos (tem influência sobre o nível dos preços)
- Pequenos investimentos (não tem)

Origem dos fundos

- Públicos
- Privados
- Organismos de direito público

Capítulo 3 - Estudos prévios

Estudos de mercado

- Recolha e tratamento de informações quantitativa
- Recolha e tratamento de informações qualitativa
- Determinação da procura potencial

Séries cronológicas (time-series)

↳ $y_1, y_2, \dots, y_T, t = 1, 2, \dots, T$ (sucessão)

Representação gráfica - cronograma

Extrapolação da tendência

Relação entre variável dependente y - procura
e variável explicativa x_1, x_2, \dots, x_n
 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Método dos mínimos quadrados

$$y = a + bx + \varepsilon$$

parâmetros valor residual

parâmetros que minimizam $\varepsilon \rightarrow \hat{a}$ e \hat{b}

$$\rightarrow \text{Min} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \text{Min} \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$$

Cálculo: $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$, $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

Coefficiente de correlação

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2\right)}}$$

- indica a intensidade da relação existente entre x e y . Varia entre 0 e 1

Correlação consumo-rendimento per capita

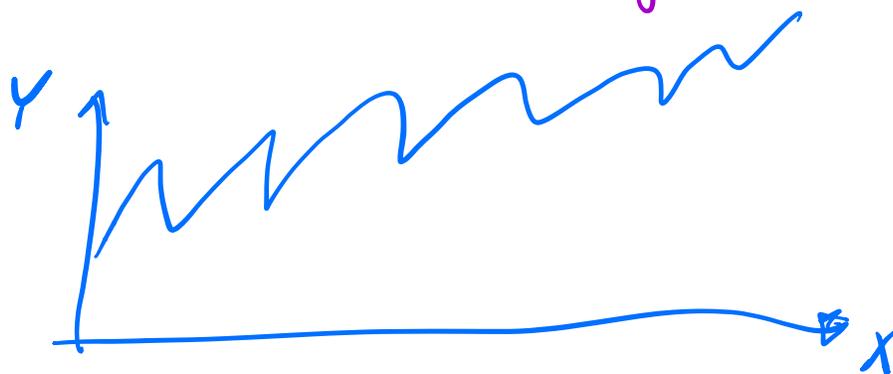
(R) Nível de rendimentos da população $C = f(R)$ Consumo de serviços (C)

Elasticidade da procura β

$$\beta = \frac{\Delta C / C}{\Delta R / R} \quad \text{ou} \quad \beta = \frac{R}{C} \frac{dC}{dR}$$

- $\beta > 1$ → procura elástica
- $\beta = 1$ → procura rígida
- $\beta < 1$ → procura inelástica

Decomposição de séries cronológicas e caracterização do ruído



- Tendência a_t : constante, linear, quadrática, exponencial, logarítmica
 - Componente sazonal s_t : oscilações dentro de um dado ano
 - Componente cíclica: oscilações superiores a um ano
- $a_t = a$ $a_t = b_0 + b_1 t$ $a_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$ $a_t = c b^t$ $a_t = b_0 + b_1 \ln t$

- componente errática ou residual e_t : movimentos irregulares

$$y_t = f(a_t, s_t, e_t)$$

Modelos do tipo: aditivo - $y_t = a_t + s_t + e_t$

multiplicativo - $y_t = a_t \times s_t \times e_t$

mistos - $y_t = a_t \times s_t + e_t$

$$[y_1, y_2, y_3, \dots, y_T] \cdot \begin{bmatrix} \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \dots, \hat{a}_T \rightarrow \hat{a}_{T+h} \\ \hat{s}_1, \hat{s}_2, \hat{s}_3, \dots, \hat{s}_T \rightarrow \hat{s}_{T+h} \\ \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3, \dots, \hat{e}_T \rightarrow \hat{e}_{T+h} \end{bmatrix} \hat{y}_{t+h}, \quad h=1, 2, 3, \dots$$

Componente residual \rightarrow variável aleatória de média nula
sem correlação de variância constante

$$\text{Valor esperado } E(e_t) = 0 \quad \forall t; \quad E(e_t \times e_{t+s}) = \begin{cases} \sigma_e^2, & s=0 \\ 0, & s \neq 0 \end{cases}$$

Critérios para a escolha de um método de previsão

- Depende dos erros de previsão cometidos e_t

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

valor observado \rightarrow previsão feita

1. Erro Quadrático Médio EQM = $\frac{\sum_{t=k}^T e_t^2}{T-k+1}$

2. Erro Absoluto Médio EAM = $\frac{\sum_{t=k}^T |e_t|}{T-k+1}$

3. Erro Percentual Absoluto Médio EPAM = $\frac{\sum_{t=k}^T |e_t|/y_t \times 100}{T-k+1}$

4. Valor da Estatística de Theil \rightarrow Compara com modelo simplista $\hat{y}_{t+1} = y_t$

$$V = \sqrt{\frac{\sum_{t=k}^{T-1} \left(\frac{y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}}{y_t} \right)^2}{\sum_{t=k}^{T-1} \left(\frac{y_{t+1} - y_t}{y_t} \right)^2}}$$

$V < 1 \rightarrow$ melhor que o
 $V = 1 \rightarrow$ igual
 $V > 1 \rightarrow$ pior

Métodos de previsão para séries sem sazonalidade

Métodos baseados em médias móveis

Tendências constantes

minimizar $\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{a})^2 \rightarrow \hat{a} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}$

Tendências lineares $\hat{y}_{T+1} = M_T$

$\cdot E(\pi_T) = a + bT - \frac{N-1}{2} \cdot b$

$\cdot E(y_{T+1} - \pi_T) = \frac{N+1}{2} \cdot b \rightarrow$ enviesamento

Correção do enviesamento \rightarrow estimação de b

$$- M_T^{[2]} = \frac{\sum_{t=T-N+1}^T M_t}{N}$$

$$- E(M_T^{[2]}) = a + bT - (N-1)b$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow a + bT &= 2E(M_T) - E(M_T^{[2]}) \rightarrow \hat{a} + \hat{b}T = 2M_T - M_T^{[2]} \\ b &= \frac{2}{N-1} [E(M_T) - E(M_T^{[2]})] \rightarrow \hat{b} = \frac{2}{N-1} (M_T - M_T^{[2]}) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \hat{y}_{T+h} = \hat{a} + \hat{b}T + \hat{b}h$$

Métodos de Alisamento Exponencial

Tendências constantes: alisamento exponencial simples (AES)

- A informação mais antiga deverá ter menos importância relativamente à mais recente.

$$\hat{a}(T) = \hat{a} + \hat{b}T$$

$$\begin{aligned} \hat{a}(T) = S_T &= \alpha y_T + (1-\alpha)S_{T-1}, \quad 0 < \alpha < 1 \\ &= \alpha y_T + (1-\alpha)y_{T-1} + (1-\alpha)^2 S_{T-2} \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\rightarrow S_T = \alpha \sum_{m=0}^{T-1} (1-\alpha)^m y_{T-m} + (1-\alpha)^T S_0$$

para $S_0 = 0$

$$E(S_T) = a ; V(S_T) = \frac{\alpha}{2-\alpha} \cdot \sigma_e^2$$

Tendências lineares: alisamento exponencial duplo
Método de Holt

a) Alisamento Exponencial Duplo
(método de Brown para tendências lineares)

Modelo linear: $E(S_T) = a + bT - \frac{(1-\alpha)b}{\alpha} = a + b\left(T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\right)$

$$S_T^{[2]} = \alpha S_T + (1-\alpha) S_{T-1}^{[2]}$$

alisamento sistemático

$$= \alpha \sum_{m=0}^{\infty} (1-\alpha)^m S_{T-m} \quad (\text{origem infinita})$$

$$E(S_T^{[2]}) = a + bT - 2b \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

↳ $a + bT = 2E(S_T) - E(S_T^{[2]})$ *estimar* • $\hat{a} + \hat{b}T = 2S_T - S_T^{[2]}$
 $b = \frac{\alpha}{1-\alpha} E(S_T) - E(S_T^{[2]})$ *não enviesado* • $\hat{b} = \frac{\alpha}{1-\alpha} (S_T - S_T^{[2]})$

b) Método de Holt

$$\begin{cases} \hat{a}(T) = \hat{a} + \hat{b}T \\ \hat{b}(T) = \hat{b} \end{cases}$$

↓ estimadores

$$\cdot \hat{a}(T) = \alpha y_T + (1-\alpha)[\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)], 0 < \alpha < 1$$

$$\cdot \hat{b}(T) = \beta[\hat{a}(T) - \hat{a}(T-1)] + (1-\beta)\hat{b}(T-1), 0 < \beta < 1$$

Equivalência entre Método de Holt com α e Método de Brown com α^*

$$\alpha = \alpha^*(2-\alpha^*), \quad \beta = \frac{\alpha^*}{2-\alpha^*}$$

Decomposição e previsão de séries com sazonalidade

Desazonalização com médias móveis

Modelo multiplicativo: $y_t = a(t)S_t \times e_t$

Modelo aditivo: $y_t = a(t) + S_t + e_t$

Estimar fatores sazonais $S_t \rightarrow \sum_{t=k+1}^{k+L} S_t = \begin{cases} 0, & \text{aditivo} \\ L, & \text{multiplicativo} \end{cases}$

$L = \text{n}^\circ \text{ de observações anuais da variável}$

→ Média móvel de L termos, bilateral e centrada

$$\cdot M_t = \frac{y_{t-\frac{L}{2}} + y_{t-\frac{L}{2}+1} + \dots + y_t + \dots + y_{t+\frac{L}{2}-1} + y_{t+\frac{L}{2}}}{L}$$

Estimativas $S_t^* = \begin{cases} y_t / \pi_t, & \text{multiplicativo} \\ y_t - \pi_t, & \text{aditivo} \end{cases}$

Médias $\bar{S}_i = \frac{\sum_{j=1}^m S_{i+L(j-1)}^*}{m-1}, i=1, \dots, L$

Estimativas normalizadas $\hat{S}_i = \begin{cases} \bar{S}_t \frac{L}{\sum_{i=1}^L \bar{S}_i}, & \text{multiplicativo} \\ \bar{S}_i - \frac{\sum_{i=1}^L \bar{S}_i}{L}, & \text{aditivo} \end{cases}$

Desazonalização, $y_t^D = y_{i+L(j-1)}^D = \begin{cases} y_{i+L(j-1)} - \hat{S}_i \\ y_{i+L(j-1)} \end{cases}$

Previsões $\hat{y}_{T+h} = \begin{cases} \hat{y}_{T+h}^D + \hat{S}_i(T+h) \\ \hat{y}_{T+h}^D \hat{S}_i(T+h) \end{cases}, h=1, 2, \dots$
 fator sazonal

Método de Holt-Winters

Não supõe um padrão sazonal fixo

Multiplicativa

$$\hat{a}(T) = \alpha \frac{y_T}{\hat{s}(T-L)} + (1-\alpha)[\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)], \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\hat{b}(T) = \beta [\hat{a}(T) - \hat{a}(T-1)] + (1-\beta)\hat{b}(T-1), \quad 0 < \beta < 1$$

$$\hat{s}(T) = \gamma \frac{y_T}{\hat{a}(T)} + (1-\gamma)\hat{s}(T-L), \quad 0 < \gamma < 1$$

$$\hat{y}_{T+h} = [\hat{a}(T) + h\hat{b}(T)]\hat{s}(T+h-kL), \quad \begin{array}{l} h=1, 2, \dots \\ k=1 \text{ se } 0 < h \leq L \\ k=2 \text{ se } L < h \leq 2L \\ \vdots \end{array}$$

Aditiva

$$\hat{a}(T) = \alpha [y_T - \hat{s}(T-L)] + (1-\alpha)[\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)], \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\hat{b}(T) = \beta [\hat{a}(T) - \hat{a}(T-1)] + (1-\beta)\hat{b}(T-1), \quad 0 < \beta < 1$$

$$\hat{s}(T) = \gamma [y_T - \hat{a}(T)] + (1-\gamma)\hat{s}(T-L), \quad 0 < \gamma < 1$$

$$\hat{y}_{T+h} = \hat{a}(T) + \hat{b}(T)h + \hat{s}(T+h-kL)$$

Inicialização: definir $\hat{\alpha}(0) = \bar{y}_1 - \frac{L+1}{2} b(0)$, $\hat{\beta}(0) = \frac{\bar{y}_m - \bar{y}_1}{(m-1)L}$

Escolha de constantes de alisamento

Intervalos de Previsão

Ponto branco de $e_t \rightarrow \hat{y}_{t+h} \pm z_\alpha \underbrace{\sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} \hat{\sigma}_e}_{\text{intervalo de previsão (erro admitido)}}$

Alisamento Exponencial

$$V[e(h)] = [1 + (h-1)\alpha^2] EQM$$

Método de Holt

$$V[e(h)] = [1 + \alpha^2 \sum_{j=1}^{h-1} (j\beta + 1)^2] EQM$$

Desigualdade de Chebyshev (abundância empírica)

Alisamento Exponencial: Tendência amortecida

Para horizontes médios e longos, a experiência empírica mostra que existe uma tendência para que as previsões obtidas sobreestimem os valores reais observados: um excesso de extrapolação

Solução \rightarrow atenuar a extrapolação com o horizonte da previsão com um parâmetro adicional ϕ

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}(T) = \alpha y_t + (1-\alpha) [\hat{a}(T-1) + \phi \hat{b}(T-1)] \\ \hat{b}(T) = \beta [\hat{a}(T) - \hat{a}(T-1)] + (1-\beta) \phi \hat{b}(T-1) \\ \hat{y}_{T+h} = \hat{a}(T) + \sum_{m=1}^h \phi^m \hat{b}(T) \end{array} \right.$$

$\phi = 0 \rightarrow$ ajustamento exponencial simples
 $= 1 \rightarrow$ método de Holt
 $< 1 \rightarrow$ assíntota $\hat{a}(T) + \frac{\phi}{1-\phi} \hat{b}(T)$
 $> 1 \rightarrow$ extrapolação explosiva

Ajustamento ao passado \neq Boa previsão para o futuro
Não há regra definitiva sobre qual o melhor método de ajustamento

Metodologia de Box-Jenkins para modelos ARIMA

ARIMA = Autoregressive Integrated Moving Average

3 fases → $\left\{ \begin{array}{l} \text{Identificação: preparação dos dados / selecionar o modelo} \\ \text{Estimação e Teste: estimação / diagnósticos} \\ \text{Aplicação: previsão} \end{array} \right.$

FAC
(função de autocorrelação)

(r_1, r_2, \dots, r_N)

↳ gráfico

FACP
(função de autocorrelação parcial)

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Modelo ARIMA(p, d, q)

AR: p = ordem da componente autorregressiva

I: d = grau da 1ª diferença envolvida

MA: q = ordem da componente médias móveis

$$\text{ARIMA}(1, 0, 0) = \text{AR}(1) \rightarrow Y_t = \rho + \phi_1 Y_{t-1} + e_t$$

$\phi = 0 \rightarrow$ ruído branco

$\rho = 1 \rightarrow$ passeio aleatório

↳ distribuição normal com
média nula e variância
unitária

ordem p $Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t$

AR(1) $MA(0,1) = MA(L) \rightarrow Y_t = c + e_t - \theta_1 e_{t-1}$

ordem q $Y_t = c + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}$

ARIMA(1,0,1) = ARMA(1,1)

SARIMA
⋮

Estudos de Localização

Determinar o local mais viável e de menor custo global para implantar o projeto.

Disponibilidade e custo de fatores

Fatores de Produção	Coeficiente de Ponderação	Custo unitário por zona alternativas de localização		
		Zona 1	Zona 2	Zona 3
Materia-prima A				
Materia-prima B				
....				
Mão-de-obra $\left\{ \begin{array}{l} \text{qualificada} \\ \text{ou} \\ \text{qualificada} \end{array} \right.$				
Energia				
Água				
<small>soma ponderada</small>				

Custos de Transportes

- Determinar qual a importância do transporte da matéria prima ou do produto acabado para cada localização possível

Custo transp. mercadorias
Custo matéria prima

vs.

Custo transp. produto final
Custo do produto final

Aconselhado ↓↓

- Localização junto às fontes de matérias-primas

Aconselhado ↓↓

- Localização junto dos consumidores

Estudos Técnicos

Levantamento rigoroso de todos os custos necessários à realização e funcionamento do investimento a efetuar

Estudos de mercado / Estudos de localização / Estudos técnicos / Estudos de dimensões / Estudos econômico-financeiros / Aquisição de terrenos / ...

+

Planta do terreno - layout geral

Diagrama - flow chart

Especificações dos equipamentos

Cronograma do investimento

Estudos de Dimensão

- 1º determinação da dimensão global do mercado (limite máximo)
- 2º determinação do valor econômico mínimo que garante rentabilidade à concorrência: mínimo > mercado → rejeita-se
- 3º determinação dos custos fixos e variáveis, ponto crítico de vendas

Valor econômico mínimo

Dimensão mínima exigível para a sobrevivência do investimento

Ponto crítico de vendas

Valor a partir do qual o projeto começa a gerar lucros

$$R = Q \times \underbrace{P_{v,m}}_{\text{preço venda}} - Q \times \underbrace{C_{v,m}}_{\substack{\text{custo} \\ \text{variável}}} - \underbrace{CF_{fix}}_{\text{custos fixos}} = 0$$

$$Q' = \frac{CF_{fix}}{P_{v,m} - C_{v,m}}$$

$$\hookrightarrow V' = Q' \times P_{v,m} = \frac{CF_{fix}}{1 - \frac{C_{v,m}}{P_{v,m}}}$$

Margem de Segurança (MS)

$$MS = \frac{V}{V'} - 1 = \frac{Q}{Q'} - 1$$

Estudos Económicos Financeiros

Aspectos económicos que um investimento poderá vir a ter na economia do país e da região

Aspecto financeiro - estudos orçamentais de investimento e de exploração

Plano de investimentos

Todos os investimentos a realizar e respetivo cronograma
(ativo fixo + fundo de manuseio)
- orçamento de tesouraria preliminar

Plano de Exploração

- Descrição dos pressupostos da elaboração das contas de exploração preliminar (orçamentos de rendas e despesas)

- Cash flows de exploração a utilizar nas análises de rentabilidade do projeto

Avaliação de Investimentos - Rogério Jorge

Tema 2 - Métodos Tradicionais de Avaliação

- Fluxo de Caixa Atualizado
- Financiamento do Investimento

Bibliografia - "Avaliação de Investimentos", Couto et al.
Cap. 4

Capítulo 4 - Avaliação Tradicional de Projetos de Investimento

Estimar qual o valor do projeto e se ele representa um acréscimo de valor suficientemente grande para correr o risco de o realizar face a outros investimentos

Taxa de Utilização

Investimento = afetação de capital que deixa de estar disponível para outras opções de rendimento

Custo de Oportunidade

Mais risco \Rightarrow Maior rentabilidade

Risco Total = Risco ñ sistemático + Risco sistemático



CAPITAL ASSET PRICING MODEL

$$CAPM: R_i = r_f + \beta_i (R_m - r_f)$$

↳ específico de cada investimento
medida da relação da rentabilidade
de um investimento às variações na \uparrow do mercado

Arbitrage Pricing Theory (APT)

rentabilidade da ação: $R_i^e = a + b_1(\text{fator 1}) + b_2(\text{fator 2}) + \dots$

Escolha da taxa de atualização

↳ custo de oportunidade da empresa (normalmente incorreto)

Estimação do Beta

- Estimativa histórica + possíveis influências/correções

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$$

↓ ↘ ↗
Valor esperado constante rentabilidade
(variável aleatória) da mercado

Custo médio ponderado dos capitais

$$\beta_{\text{ativo}} = \beta_{\text{carteira}} = \frac{\beta_{CA}}{1 + CP/CA} + \frac{\beta_{CP}}{1 + CA/CP}$$

- CP = capital próprio
- CA = capital alheio

$$CMPC = \frac{k_{CA}(1-t)}{1 + CP/CA} + \frac{k_{CP}}{1 + CA/CP}$$

k_{CA} = taxa de rentabilidade da dívida

k_{CP} = taxa de rentabilidade exigida pelos acionistas (CAPM)

Fluxo de Caixa Atualizado

Disponibilidade de capitais para investir = Investimentos
↳ capital fixo tangível e intangível

Após decisão de investir = Despesas de Exploração

Obtenção de fundos pelo investimento = Receitas de Exploração

Cash flow de investimentos = Investimentos

Cash flow de exploração = Receitas - Despesas de Exploração

Valor atualizado líquido (VAL)

investimento no ano t

Período de tempo

Receitas / Despesas de exploração no ano t

$$VAL = - \sum_{t=0}^T \frac{I_t}{(1+i)^t} + \sum_{t=0}^T \frac{R_t - D_t}{(1+i)^t}$$

taxa de atualização

Queremos $VAL > 0 \rightarrow$ investimento gera fluxos de caixa que possibilitam a recuperação do valor investido com uma rentabilidade superior à exigida

Período de Recuperação (PR) payback period

$$\sum_{t=0}^T I_t = \sum_{t=0}^T (R_t - D_t) \rightarrow \text{valor de } T \text{ tal que esta igualdade é satisfeita}$$

ou Período de Recuperação Atualizado T

Valor de T para o qual $VAL = 0$

Taxa Interna de Rentabilidade (TIR)

TIR = i para o qual $VAL = 0$

$$0 = - \sum_{t=0} I_t \frac{1}{(1+TIR)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{R_t - D_t}{(1+TIR)^t}$$

$VAL > 0$ e $TIR > i \rightarrow$ aceitar o projeto



Projeto 1: $R_0 - D_0 = -250€$
 $R_1 - D_1 = 300€$
TIR = 20% ✓
MAS $VAL = 22.727,27$

Projeto 2: $R_0 - D_0 = 250€$
 $R_1 - D_1 = -300€$
TIR = 20% ✗
MAS $VAL = -22.727,27$

quando nos endividamos (VALCO), queremos baixo i /TIR

Índice de Rentabilidade (IR)

Rácio entre cash flows de exploração atualizados e o cash flow de investimento

$$IR = \frac{\sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=0}^T \frac{I_t}{(1+i)^t}} \quad \underline{\underline{IR > 1, aceitar}}$$

↳ retornos em euros por cada euro investido

Avaliação de Investimentos - Rogério Jorge

Tema 3 - Métodos Complementares de Avaliação

- Seleção de Projetos
- Investimentos mutuamente exclusivos

Bibliografia - "Avaliação de Investimentos", Couto et al.
Cap. 5

Capítulo 5 - Seleção de Projetos de Investimentos em Carteira

Como selecionar um investimento dado um conjunto de investimentos?

Tema iniciado por Harry Markowitz - prémio Nobel Econ. 1990

Modelos Determinísticos de Seleção de Carteiras

Aplicação de técnicas de programação linear a problemas de Capital Budgeting

Trabalho inicial de Weingartner $\rightarrow \text{Max} \sum_{j=1}^n C_j x_j$

C_j \rightarrow VAL de j
 x_j \rightarrow coeficiente do nível de realização

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i=1, \dots, T$$

investimentos exigidos pelo projeto i no ano j

orçamentos disponíveis para investimentos no ano i

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

n : de projetos

Modelo dual para o custo de oportunidade associado às restrições

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n b_j y_j \quad \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n a_{ij} y_i \geq b_j$$

↓
Preço sombra (shadow price)

Modelo de Horizonte

$$\text{Max} \sum_{j=1}^n \hat{a}_j x_j + V_T - W_T$$

Valor atualizado dos cash flows

montante a empregar

montante que se irá pedir emprestado

capitais próprios disponíveis

S.a.

- $\sum_{j=1}^n a_{1j} x_j + V_1 - W_1 \leq D_1$ (cash flow)
- $\sum_{j=1}^n a_{tj} x_j - (1-r)V_{t-1} + V_t + (1+r)W_{t-1} - W_t \leq D_t$ (taxa de juro do mercado)
- $0 \leq x_j \leq 1$
- $V_t, W_t \geq 0$

Maximizar VAL tendo em conta operações ativas ($-W_t$) e passivas ($+V_t$)

Modelos Estocásticos de Seleção de Carteiras

Inserir incerteza nos coeficientes dos modelos

Análise da Sensibilidade

- Obter informação sobre o nível de variação possível para cada uma das variáveis do modelo sem alterar a decisão final

- Altera-se o valor de uma variável mantendo todas as outras iguais, comparando o valor final com o inicial.
Menor desvio \rightarrow Maior importância da variável
Menor desvio \rightarrow Maior robustez do modelo

- Excel gera automaticamente relatório de sensibilidade

Parametrização

Observar os efeitos de variações conjuntas e contínuas nos coeficientes c_j , b_i e a_{ij}

Faz-se depender linearmente de um parâmetro cada um dos coeficientes a considerar

$$\text{Para } c_j : \text{Max } Z = \sum_{j=1}^n (c_j^0 + \lambda c_j^1) x_j$$

$$\text{s.a. } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i$$

$$x_j \geq 0$$

$$\lambda \in [a, b]$$

Programação Quadrática

Medida de risco de uma carteira \approx Variância V

$$V(P) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \text{COV}_{ij} x_i x_j$$

função quadrática
M M

covariância entre projeto i e j
percentagem de realização do projeto

$$\approx \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j x_i x_j$$

correlações

Encontrar equilíbrio entre risco e rendimento

Avaliação de Investimentos - Rogério Jorge

Tema 4 - Opções Reais

- Investimentos em ambientes de incerteza
- Avaliação por opções reais

Bibliografia - "Avaliação de Investimentos", Couto et al.
Cap. 6, 7

Capítulo 6 - Opções Reais

Introdução

Opções Reais

↳ Fazem a ponte entre as finanças e o planeamento estratégico

Incorporação do impacto da incerteza

modo como as ações da gestão podem limitar perdas

Não é captada pelo VPL

É um processo de avaliação baseado na teoria de avaliação das opções financeiras

Gestão do Investimento: Passiva \longrightarrow Ativa

Avaliação Tradicional de Projetos de Investimento

Fluxo de Caixa Atualizado (FCA)

Valor Atualizado Líquido (VAL)

Taxa Interna de Rentabilidade (TIR)

Análise de Sensibilidade

Simulação de Monte Carlo (SMC)

Análise por Árvore de Decisões (AAD)

Método do Equivalente Certo

CAPM - determina a taxa de rentabilidade exigida

movimentos de mercado $\beta^2 \text{Var}(r_m)$ - riscos específicos $\text{Var}(\epsilon_i)$

Probabilidades neutras ao risco

Aplicação do princípio de não arbitragem

- preços dos ativos devem ser consistentes, de maneira a que seja impossível auferir lucros sem correr riscos

Existirá sempre uma distribuição neutra ao risco em relação à qual o retorno esperado de qualquer ativo é

a taxa de juro sem risco.

Análise de Sensibilidade

Identificar as variáveis primárias - chave para determinar o respetivo impacto na VAL, de variações em cada uma das variáveis críticas para o projeto mantendo as restantes constantes (ceteris paribus)

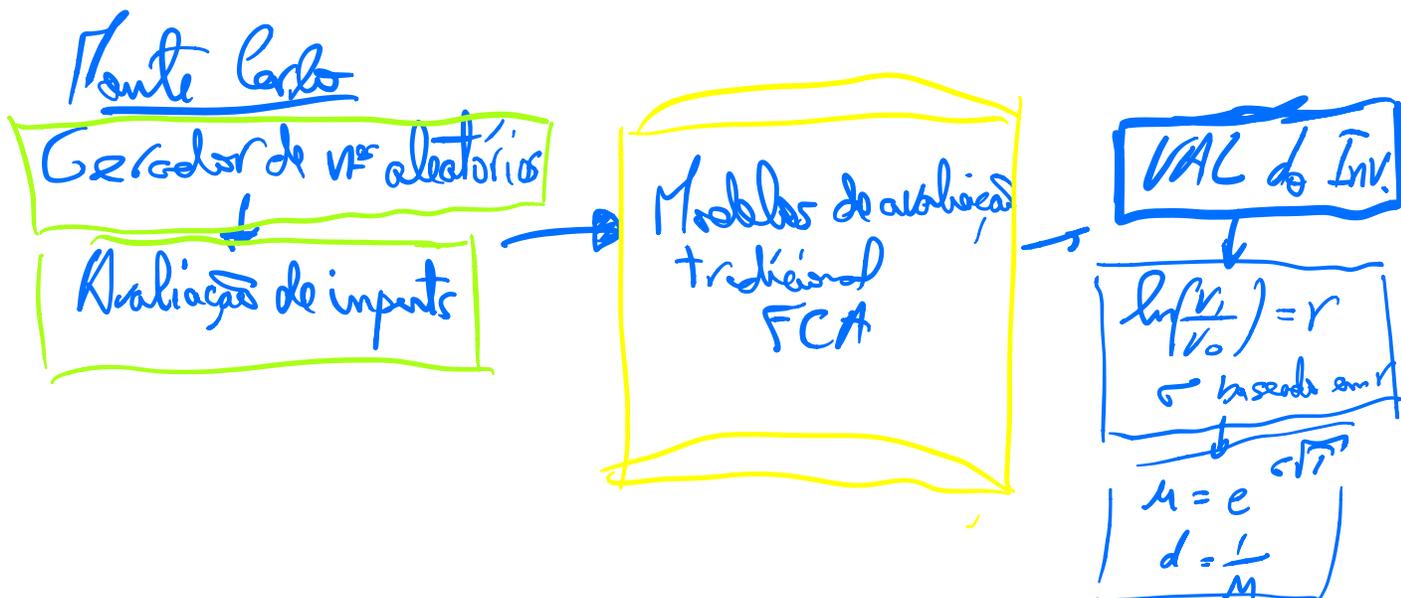
Risco = Impacto na variância do valor do projeto

Objetivo Reduzir risco / incerteza / variância

Simulação de Monte Carlo

Repetição aleatória de uma distribuição de probabilidades de um conjunto de variáveis primárias críticas de modo a chegar a uma distribuição de output ou de perfis de risco dos prováveis fluxos de caixa na VAL

Modelação através de equações matemáticas para cada variável



Análise por árvore de decisões

Estrutura do problema de decisão com uma grelha

VAL → opera em numera

Árvore de decisões → levar em consideração decisões futuras
considerar alternativas

Exemplo

F_0 = Valor do projeto com flexibilidade

S_0 = Valor do projeto sem flexibilidade

S_1^+ = Fluxos esperados no estado + ou -

p = Probabilidade neutra ao risco de S_0

$$S_0 = \frac{pS_1^+ + (1-p)S_1^-}{1+r}$$

$$S_0 \begin{matrix} p \\ \swarrow \\ S_1^+ \\ \searrow \\ 1-p \\ S_1^- \end{matrix}$$

$$p = \frac{S_0(1+r) - S_1^-}{S_1^+ - S_1^-}$$

Φ = carteira sem risco com n posições vendidas de S

$$\Phi_0 = F_0 - nS_0 \begin{cases} \Phi_1^+ = F_1^+ - nS_1^+ \\ \Phi_1^- = F_1^- - nS_1^- \end{cases}$$

Sem risco $\Phi_1^+ = \Phi_1^-$, $F_1^+ - nS_1^+ = F_1^- - nS_1^-$
 $n(S_1^+ - S_1^-) = F_1^+ - F_1^- \rightarrow n = \frac{F_1^+ - F_1^-}{S_1^+ - S_1^-}$

Rendibilidade = taxa de juro sem risco r

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1^+}{1+r}$$

$$F_0 - nS_0 = \frac{F_1^+ - nS_1^+}{1+r}$$

$$F_0 = \frac{PF_1^+ + (1-P)F_1^-}{1+r}$$

Limitações dos métodos FCA

Não capta a flexibilidade da gestão

Reversível ou irreversível \rightarrow ignora o custo de oportunidade de esperar algum tempo

Penalizam investimentos a longo prazo mais arriscados

Ignora opções existentes nos ativos reais

↑
Valor do projeto
com opções

Ativos financeiros	Ativos Reais
<p>Divisibilidade</p> <p>Repetição de eventos</p> <p>Alta liquidez</p> <p>Baixo custo de transação</p> <p>Infos. difundidas</p> <p>Existência de mercado</p> <p>Risco de mercado</p> <p>Curto prazo</p>	<p>Indivisibilidade</p> <p>Eventos únicos</p> <p>Baixa liquidez</p> <p>Alto custo de transação</p> <p>Assimetria de informações</p> <p>Ausência de mercado</p> <p>Risco de mercado e privado</p> <p>Longo prazo</p>

A Teoria das Opções Financeiras

Derivados = títulos cujos preços são determinados por, ou "derivados de" preços de outros títulos subjacentes
 ex: contratos de opções

Hipóteses - Mercados eficientes

- (1) Taxa de juro de curto prazo conhecida
- (2) Preço do ativo subjacente segue o modelo de passeio aleatório em tempo contínuo.

$$\text{Variação} = (\text{Preço})^2$$

$$\frac{ds}{s} = \alpha dt + \sigma dz$$

↑ incrementos no processo de Wiener

↓
taxa de rentabilidade instantânea esperada total do título

↘ desvio-padrão instantâneo da rentabilidade do título constante

Ativo não paga dividendos
Opção europeia
Não há custos de transação
É possível emprestar uma parte
Não há penalidades para pequenas transações

Hipóteses de Black-Scholes
Call vs Put

Opção de Compra Financeira

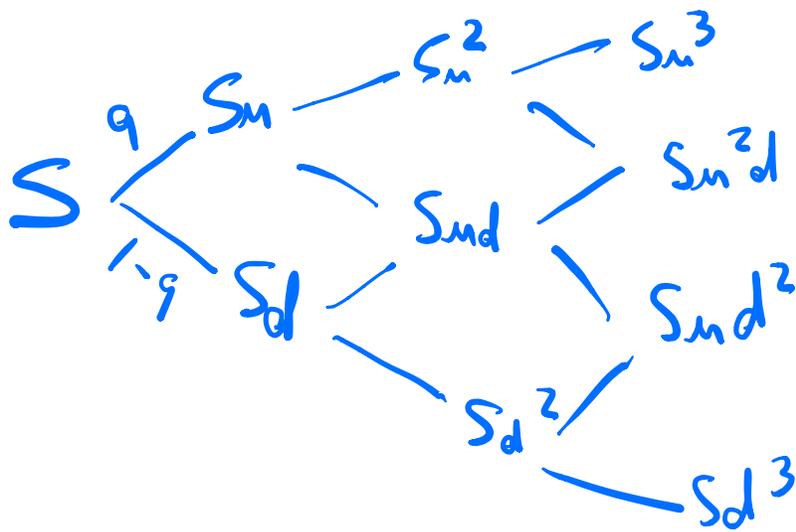
Valor atual do título
Preço de exercício
Tempo até à expiração
Volatilidade do título
Taxa de juro sem risco

Opção Real de um Projeto

Valor atual esperado do projeto
Despesa de investimento
Tempo de vida da oportunidade
Incerteza do valor do projeto
Taxa de juro sem risco

Modelo Binomial

Mais fácil/simpler que as fórmulas de avaliação de opções
Preço do ativo varia de forma discreta, assumido valor $\begin{matrix} S_u \\ S_d \end{matrix}$



Modelo Binomial

$$\begin{aligned}
 S_u &= u \cdot S & S_d &= d \cdot S & \text{(difusão geométrica)} \\
 &= u + S & &= d + S & \text{(difusão aritmética)}
 \end{aligned}$$

movimentos absolutos de subida e descida

De modo a representar uma distribuição lognormal, utiliza-se o Movimento Geométrico Browniano (MGB)

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$\tilde{S}_1 = S_0 e^{\tilde{v} \Delta t}, \text{ assume-se } S_0 = 1$$

$$\Rightarrow v \Delta t = E[\ln \tilde{S}_1] \quad \tilde{v} = \text{retorno}$$

$$\Rightarrow \tilde{v} = \ln(S_u/S) = \ln(u)$$

$$S \begin{matrix} p \\ \swarrow \\ S_u \\ \searrow \\ 1-p \\ S_d \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} p \\ \swarrow \\ v^+ = \ln u \\ \searrow \\ 1-p \\ v^- = \ln d \end{matrix}$$

Valor esperado e variância

$$E[\ln \tilde{S}_1] = p \ln(u) + (1-p) \ln(d) \stackrel{d \ln S = dv}{dv = v dt + \sigma dz} = v \Delta t$$

$$\text{Var}[\ln \tilde{S}_1] = p(1-p)(\ln u - \ln d)^2 = \sigma^2 \Delta t$$

$$\rightarrow v \Delta t = p \ln u + (1-p) \ln d$$

$$\rightarrow \sigma^2 \Delta t = p(1-p)(\ln u - \ln d)^2$$

para $M = 1/d \Rightarrow$

$$\begin{aligned} v \Delta t &= (2p-1) \ln M \\ \sigma^2 \Delta t &= p(1-p) 4(\ln M)^2 \end{aligned}$$

↳ (algebra)

$$d = e^{-\sqrt{v^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t}}, \quad v = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$$

$$\Delta t \ll 1 \rightarrow p = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{v \sqrt{\Delta t}}{\sigma} = \frac{e^{\mu \Delta t} - d}{u - d}$$

$$u = e^{v \sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-v \sqrt{\Delta t}}$$

Inclusão de Dividendos

$$\delta_i = \frac{C_i}{V_i}, \quad V_i = \sum_{t=i}^m \frac{E(C_t)}{(1+\mu)^{t-i}}$$

(normalmente assumida constante)

Período i , estado j

$$\text{Pré-dividendos} \rightarrow V_{i,j} = \underbrace{V_0}_{\text{valor inicial}} \underbrace{u^{i-j}}_{\text{crescimento por } u} d^j \underbrace{\prod_{k=1}^{i-1} (1-\delta_k)}_{\text{diminuição por dividendos}}$$

$$\text{Pós-dividendos} \rightarrow V_{i,j}^* = V_0 u^{i-j} d^j \prod_{k=1}^i (1-\delta_k)$$

com probabilidade $P_{(i,j)} = \binom{i}{j} p^{i-j} (1-p)^j$, $p = \frac{e^{\mu t} - d}{u - d}$

Investimento, Irreversibilidade, Incerteza e Timing

Investimento - ato de incorrer em gastos imediatos na expectativa de se obter benefícios futuros

Rendibilidade - dividendos + ganhos de capital

Irreversibilidade - não é, em geral, possível recuperar todo ou a maior parte do capital investido. O diferimento é reversível

Incerteza - importante para VAL porque positivo devido que existe grande probabilidade de prejuízo

Timing - decisão do investidor: agora ou mais tarde?

Os dois lados da incerteza

- Assimetrias
- Princípio das más notícias

Maior incerteza → Maior a possibilidade de criação de valor

Análise Tradicional → incerteza → prémio de risco taxa de atualização **BVAL**

Opções Reais → incerteza → potencial de growth → taxa de juro sem risco **100%**

Incerteza Técnica
(interna)

vs

Incerteza Económica
(externa)

Independente da economia

Movimentos gerais da economia
Acontecimentos aleatórios
Difícil de diversificar

Risco Único

vs

Risco de Mercado

Interno

Non-sistemático

Diversificável

Estimável, probabilístico

Externo

Sistemático

Non-diversificável

Exógeno - métodos de opções reais

Mercados Completos vs Mercados Incompletos

Grande número de ativos linearmente independentes que possibilite a estruturação da carteira de reprodução

Não é possível montar uma carteira de ativos que replique as mudanças estocásticas do projeto ou quando a correlação projeto \leftrightarrow carteira não é perfeita
Taxa de atualização = ?

Aversão ao risco privado

A tolerância ao risco da empresa

=
Soma da tolerância ao risco de cada acionista
(mais investidores, menos aversão ao risco)

Análise de Investimentos sob Incerteza

Análise de Opções Reais para Avaliar Ativos Sujetas a Risco

Opção real = direito, mas não a obrigação, de agir por forma a afetar a situação futura de um ativo real com um custo pré-determinado (preço de exercício) por um período pré-estabelecido (vida da opção)

(diferente de futuro dado que este tem um valor associado)

Qualquer decisão empresarial de investimento ou desinvestimento em ativos reais é entendida como uma opção

É possível beneficiar das condições de incerteza do mercado dado que a opção limita as perdas mas permite aproveitar enquadramentos favoráveis

Existe um direito, mas não a obrigação de investir
- à medida que novas informações vão chegando, o gestor pode tomar decisões positivas para o projeto

TOO = Teoria das Opções Reais

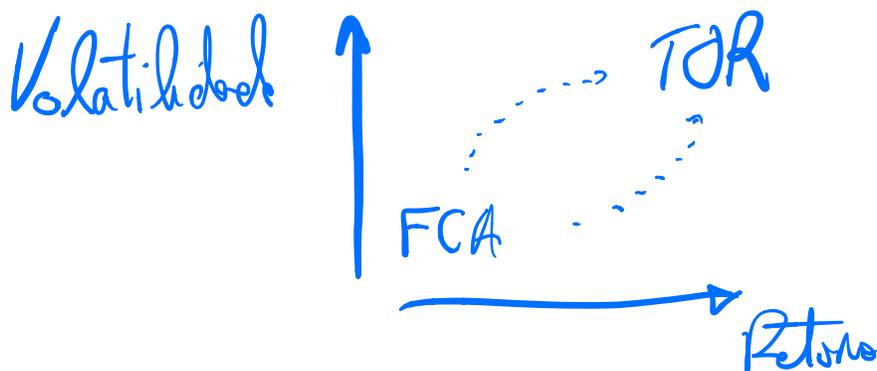
- ↳ (1) As incertezas do valor do projeto são parte integrante dos modelos matemáticos
- (2) O modelo contempla a flexibilidade e a gestão ativa do projeto da empresa
- (3) Maior semelhança com a realidade
- (4) Incorporação de alternativas permite a comparações direta com outros projetos

(História das opções reais no manual)

TOR e FCA como técnicas complementares de tomada de decisão

Nível de incerteza

Baixo	Alto
FCA (1) estrutura de negócios simples (2) projetos simples (3) dependente das previsões	TOR (1) Ambiente de incerteza (2) Valor dependente das forças do mercado (3) Valorize as novas informações



$$VAL_{\text{expandido}} = VAL_{\text{estático (passivo)}} + \text{Valor da Opção de uma gestão ativa (flexibilidade)}$$

Duas correntes de pensamento
pós → análise de investimentos clássica

- Opções Reais
- Capacidades organizacionais

Papel das

- instituições financeiras
- planeamento estratégico
- unidades estratégicas de negócios

Conceito de Valor

- Valor intrínseco (VAL)
 - Valor de mercado
 - Preço de compra
 - Valor da sinergia
 - Valor da opp (Valor intrínseco - preço de compra)
- Vantagem nos atributos
redução de custos
aumento de receitas
melhoria do processo
engenharia financeira

Opções Reais: uma decisão estratégica

Ligação entre a informação do mercado e as decisões estratégicas

Deve ser utilizada para

- (1) Seleção de equipamentos e processos
- (2) decisões de substituição
- (3) Novos produtos e expansão da capacidade
- (4) avaliação da redução de custos
- (5) avaliação de projetos de investimentos

Opções reais: uma decisão disciplinada

- ① Decisão estruturada em termos das opções criadas
- ② Uso de todas as informações relevantes
- ③ Transações no mercado financeiro devem ser multiplicadas para avaliar o risco

Opções reais: limitações de análise

- ① Modelo do risco
- ② Aproximações imperfeitas
- ③ Ausência de preços observáveis
- ④ Ausência de liquidez
- ⑤ Risco privado

Capítulo 7 - Opções Reais:

Estratégia, Competição e Negócios

Tipos de Opções Reais

Opção de diferimento (esperar)

Opção sequencial de investimento (divisão em parcelas)

Opção de alterar a escala de produção
(expandir, contrair, fechar e recomeçar)

Opção de abandono (receber apenas valor de revenda)

Opção de alteração de uso (diferentes tipos de produção ou NP)

Opção de crescimento (futuros projetos inter-relacionados)

Opções múltiplas (colocação de opções)

Interações entre opções

Valor combinado de opções pode ser $\left\{ \begin{array}{l} \text{maior} \\ \text{menor} \end{array} \right.$ do que a soma das partes

Opções reais: estratégia, competição e negócios

- Incorporação da competição e estratégia

Qual a estratégia de crescimento que criará mais valor?

Decisão estratégica $\xrightarrow{\text{lida com}}$ sucesso de longo prazo de uma empresa

Opções estratégicas vs Opções operacionais

Comparação dos inputs de uma opção de ação vs projeto

	Opção de compra de uma ação	Opção de compra de um projeto e investimento
Valor do ativo subjacente	Valor atual da ação	Valor atual bruto do fluxo de caixa ^{15 períodos}
Prazo de exercício	Preço fixo da ação	VA do fluxo de caixa operado
Tempo de maturidade	Preço fixo para o exercício	Tempo até que a oportunidade desapareça
Riscos	Valor da incerteza da ação	Valor da incerteza do projeto
Pagamento de dividendos	Pagamento ao possuidor da ação	Perda de recebimentos pela deferimento de investimentos
Taxa de atualização	Taxa de juros sem riscos	Taxa de juros sem riscos

Passos na avaliação de projetos de investimento

Cálculo do VAL \rightarrow Modelização da incerteza por meio de árvores de eventos \rightarrow Ident. e incorporar flexib. de gestão \rightarrow Cálculo do valor da opção real (AOR) com uma árvore de decisão